

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica
PMC581 – Projeto Mecânico II

DIMEVE

Programa de Dimensionamento e Verificação de Eixos à Fadiga

Professor Orientador – Gilberto Francisco Martha de Souza

Gilberto Tadeu Stanzione
Ricardo Alexandre Mendes Calvo

Número USP 2869181
Número USP 2370265

São Paulo, Dezembro de 2001

10,0
(DEZ)
GILBERTO MARQUES
14/DEZ/2001

Dedicatória

Dedicamos este trabalho aos professores e estudantes que usufruirão do mesmo.

**Gilberto Tadeu Stanzione
Ricardo Alexandre Mendes Calvo**

Agradecimentos

Agradecemos aos nossos pais e familiares pelo suporte que nos deram durante estes cinco anos que nos proporcionou cursar esta faculdade e estar realizando este trabalho e agradecemos também a alguns poucos professores pela dedicação demonstrada ao longo do convívio que tivemos durante o curso.

**Gilberto Tadeu Stanzione
Ricardo Alexandre Mendes Calvo**

Resumo

O presente trabalho contempla as etapas do projeto de conclusão de graduação do curso de engenharia mecânica com ênfase em projeto e fabricação da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo dos alunos Gilberto Tadeu Stanzione e Ricardo Alexandre Mendes Calvo.

Nele estão contidos uma introdução que ilustra o surgimento da idéia, elaborar um aplicativo que auxiliasse no projeto de eixos mecânicos, um estudo de viabilidade de tal projeto, considerações iniciais e premissas de projeto incluindo um equacionamento do problema, a engenharia envolvida e ainda um exemplo de aplicação e, para finalizar, a estruturação final do aplicativo com suas entradas e saídas, além das referências utilizadas para a confecção do mesmo.

Abstract

The actual job includes all the phases of Gilberto Tadeu Stanzione and Ricardo Alexandre Mendes Calvo's mechanical engineering with design and manufacturing emphasis graduation course project of Escola Politécnica – Universidade de São Paulo.

One can find in it an introduction showing the idea's appear, making a software able to help in the design of a mechanical shaft, the project initial assumptions including a study development, engineering involved and also a practical example and to finish, the software final structure with the entrances and exits, besides the references used to make the program.

Índice:

1. Introdução	2
2. Estudo de viabilidade e direcionamento para o mercado	2
3. Considerações iniciais de projeto	3
3.1. Critério de dimensionamento de eixos	3
3.2. Exemplo de aplicação	14
3.2.1. Configuração de cargas	15
3.2.2. Cálculo das reações	16
3.2.3. Diagrama dos esforços solicitantes	18
3.2.4. Primeira estimativa para o diâmetro mínimo	21
3.2.5. Diâmetro mínimo considerando concentradores de tensões	21
3.2.6. Verificação	22
4. Definição das entradas e saídas do programa	25
4.1. Estrutura de dimensionamento	26
4.1.1. Entradas	26
4.1.2. Saídas	29
4.1.3. Entradas Adicionais	31
4.1.4. Saídas	31
4.2. Estrutura de verificação	32
4.2.1. Entradas	32
4.2.2. Saídas	34
5. Bibliografia	35

1. Introdução

O projeto tem como objetivo o desenvolvimento de um aplicativo para dimensionamento e verificação do comportamento de eixos submetidos a esforços diversos. O programa permite a interação com o usuário de maneira que o mesmo defina parte dos parâmetros para os cálculos, enquanto a outra parte é escolhida através de bibliotecas que acompanham o programa, tais como características de materiais e concentradores de tensão. O aplicativo foi construído a partir da linguagem de programação Visual Basic e possui interfaces visuais com menus e botões.

A idéia do desenvolvimento desse aplicativo surgiu a partir da necessidade prática de otimizar o procedimento de dimensionamento de eixos da empresa “Howden Ventiladores Ltda”, onde um dos autores deste trabalho estagiou durante um período de um ano. Trata-se de uma empresa multinacional de pequeno porte no Brasil, que projeta e constrói ventiladores industriais e tem como forte característica o desenvolvimento de projetos na área de engenharia mecânica. É visando atender um mercado de empresas desse mesmo porte e com esta mesma característica que este programa foi desenvolvido.

2. Estudo de viabilidade e direcionamento para o mercado

Detectou-se através de pesquisa de mercado que não são comuns programas comerciais especializados no dimensionamento de elementos de máquinas. Os programas mais comumente encontrados no mercado são baseados na técnica de elementos finitos e mais voltados para a análise, e não para o dimensionamento como, por exemplo, os módulos especializados em análises de tensões que, em geral, podem ser adicionados a aplicativos de desenho técnico, tais como o Autocad. Grande parte destes aplicativos e módulos possuem custos de aquisição altíssimos motivo pelo qual pôde-se perceber que grande parte das empresas de menor porte costumam confeccionar seus próprios aplicativos especializados no dimensionamento ou utilizam procedimentos manuais, ou ainda uma mescla das duas coisas, como era feito no caso da empresa Howden Ventiladores. Nesta empresa, um programa elaborado pelos engenheiros da mesma fazia o dimensionamento estático do eixo, a seguir os projetistas detalhavam o mesmo e posteriormente era feita uma análise minuciosa do comportamento desse.

Com base nessa experiência, pensou-se em desenvolver o programa foco deste trabalho, que permite otimizar esse procedimento, de forma a englobar todas as etapas, refinar soluções e ainda analisar possíveis respostas. E tendo em vista que os recursos necessários para esse desenvolvimento restringem-se ao capital intelectual e ao tempo para elaborar o programa, podendo assim ser oferecido a custos bem reduzidos, espera-se atingir a facção de mercado a que pertencem as pequenas empresas de engenharia.

3. Considerações iniciais de projeto

Para o perfeito desenvolvimento do problema foram estabelecidas as seguintes hipóteses:

- Eixo maciço e de seção circular e uniforme por partes;
- Eixo suportado por apenas dois mancais;
- Configuração de cargas (médias e alternadas) invariáveis;
- Eixo de aço SAE 1020, 1030, 1040, 1050, 4140 ou 4340 (cujas características estão contidas em bibliotecas);
- São considerados como processos de obtenção da matéria-prima do eixo “annealed”, “normalized” e “as rolled” (cujas características estão contidas em bibliotecas);
- São considerados como acabamentos superficiais pretendidos “ground”, “machined”, “cold drawn”, “hot-rolled” e “as forged” (cujas características estão contidas em bibliotecas);
- São considerados como concentradores de tensão rebaixos, chavetas, alívios de tensão e pinos (cujas características estão contidas em bibliotecas);
- São considerados efeitos de temperatura na seleção das características do material;
- As cargas às quais o eixo pode estar submetido são consideradas como sendo pontuais;
- Peso do eixo não é considerado nos cálculos do dimensionamento final;
- Critério de dimensionamento segundo à fadiga é o critério estabelecido pela ASME.

3.1. Critério de dimensionamento de eixos

Os eixos constituem-se, juntamente com os parafusos e acessórios de fixação, nos elementos de máquinas mais amplamente utilizados na construção de equipamentos industriais. Isto porque o acionamento de muitos de seus subsistemas é feito por meio de motores rotativos (sejam eles elétricos, de combustão interna, turbinas e outros) e, montados com seus acessórios – tais como chavetas, polias, e engrenagens entre outros – permitem a conversão de movimentos de rotação em movimentos lineares ou, simplesmente, possibilitam a mudança de direção/sentido do movimento.

Estas características funcionais dos eixos explicam a natureza dos carregamentos e os tipos de solicitações às quais estes elementos estão submetidos quando em operação.

Os eixos são suportados por mancais – sejam de rolamento ou de deslizamento – pois estes permitem o seu giro com o mínimo atrito e suportam as cargas aplicadas, transmitindo-as para a estrutura da máquina e desta para o solo ou para o vínculo no qual a máquina está fixada.

A vinculação dos eixos à estrutura pode ser isostática ou até hiperestática – sobretudo no caso de máquinas que exijam elevada rigidez – e é importante conhecê-la porque delas depende a determinação das reações nos mancais e por conseguinte, grande parte da determinação dos esforços solicitantes e, mais ainda, das tensões atuantes no eixo.

Os carregamentos em eixos rotativos são principalmente de dois tipos: torção devido à transmissão de torque e flexão devido às forças radiais e axiais em engrenagens, polias e outros elementos associados aos eixos. Estas solicitações ocorrem freqüentemente

combinadas. Para melhor explicar: o torque transmitido pode estar associado a forças nos dentes das engrenagens as quais gerarão a flexão nos eixos. Podem estar presentes também forças na direção axial, resultante de forças em engrenagens helicoidais, por exemplo.

Tanto o torque quanto a flexão podem ter magnitudes constantes ou variáveis e, a princípio, qualquer combinação entre estas solicitações é possível, dependendo das características da máquina (por exemplo: torque constante combinado a flexão variável).

Se o eixo é estacionário e um elemento gira com relação a ele, então tem-se a singular situação onde o eixo é apenas estaticamente carregado, desde que a magnitude da carga seja invariante no tempo. Entretanto, este caso não corresponde a um eixo de transmissão, mas apenas a um suporte, não necessitando de critérios de projetos tão complexos e detalhados quanto um eixo rotativo.

Note-se que um eixo de transmissão, quando em giro, sob ação de forças transversais de flexão (carga) de magnitude constante, estará sujeito – pelo simples fato de girar com relação à carga – a tensões que variam da tração à compressão. Se, em uma dada posição, esta porção está sob a ação de tensões de tração, na posição diametralmente oposta (giro de 180°) esta porção poderá estar sob ação de cargas de compressão. O intervalo que compreende a variação entre os valores extremos (máximo, mínimo e, novamente máximo) das tensões é chamado de ciclo. É muito comum que este tipo de solicitação esteja associada com um torque de magnitude constante, constituindo-se em um caso clássico de projeto e aplicação de eixos e que mostra a imperiosa necessidade de se verificar a resistência destes elementos à fadiga, ainda que haja outros critérios de projeto de eixos, como a rigidez.

É comum tanto a torção quanto a flexão possuírem magnitude variável com o tempo em regime permanente. Neste caso, a análise de fadiga se torna mais complexa, pois um giro do eixo não corresponde necessariamente a um ciclo, já que neste intervalo as tensões podem não variar entre os valores extremos, ou tais valores podem ser atingidos antes que o eixo complete uma revolução. Mas os princípios de dimensionamento à fadiga não mudam, até porque os valores extremos da tensão permanecem os mesmos.

Devido aos tipos de solicitações em eixos de transmissão rotativos, as tensões atuantes são principalmente de dois tipos (ocorrendo de forma combinada, como já dito, em grande parte dos casos):

- Tensões normais: podem ser resultado da ação dos momentos fletores ou das forças normais como as presentes em montagens com engrenagens helicoidais. Se forças axiais estiverem presentes, a tensão normal que provocam é constante ao longo da seção transversal do eixo. Portanto para calcular a tensão normal total, basta somar a tensão normal devida à força axial (considerando o sinal conforme o tipo: de tração – positiva e de compressão – negativa) à tensão normal de flexão;
- Tensões tangenciais (ou de cisalhamento): devido principalmente à torção. As tensões tangenciais devidas à força cortante pouco influem na solicitação total.

Nas situações envolvendo combinação de tensões normais e de cisalhamento atuando em um mesmo ponto, para simplificar os cálculos e facilitar a compreensão da severidade das solicitações, deve-se empregar uma tensão efetiva. Dos diversos critérios para a composição de tensões, o mais utilizado para calcular a tensão efetiva combinada é o da energia de distorção ou, simplesmente, Von Mises.

Uma das razões para a adequação do critério de Von Mises ao dimensionamento de elementos de máquinas é o fato deste considerar que a energia de distorção é diretamente

proporcional à deformação (de distorção e, portanto, causada exclusivamente pela tensão de cisalhamento) a qual, por sua vez, tem variação em relação à tensão aplicada, caracterizando a permanência do material da região linear elástica, que é a região de interesse para a utilização de elementos de máquinas.

Com relação aos critérios de falha sob o ponto de vista do critério de Von Mises, se deve levar em consideração, inicialmente, um estado multiaxial de tensões. Assim, é necessário calcular uma tensão de confronto ou equivalente (S_y). Isto porque os dados relativos ao material são obtidos usualmente em testes uniaxiais de tensão (ensaios de tração) e seria inútil comparar tensões admissíveis calculadas com bases nestes dados a estados multiaxiais de tensão. Para um estado triplo de tensões (onde as tensões principais $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ diferentes de zero), pode-se ver o cálculo de S_y pela expressão abaixo:

$$S_y = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3}$$

E para o estado duplo:

$$S_y = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$$

Um inconveniente do cálculo da tensão equivalente por meio das equações acima é ter que calcular antes o valor das tensões principais σ_1, σ_2 , e σ_3 (quando houver). Para levar em conta o efeito da combinação das tensões com base no critério de Von Mises, deve-se inicialmente classificar e separar as tensões em alternadas (ou variáveis) e médias.

A tensão efetiva de Von Mises é definida como “a tensão uniaxial que criaria a mesma energia de distorção que aquela verificada na ação da verdadeira combinação de tensões”. As equações abaixo mostram o cálculo da tensão efetiva de Von Mises para o estado triplo e duplo de tensões incluindo as parcelas referentes às tensões médias e alternadas:

$$\sigma_a' = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

$$\sigma_m' = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xym}^2 + \tau_{yzm}^2 + \tau_{zxm}^2)}$$

$$\sigma_a' = \sqrt{\sigma_{xa}^2 + \sigma_{ya}^2 - \sigma_{xa}\sigma_{ya} + 3\tau_{xya}^2}$$

$$\sigma_m' = \sqrt{\sigma_{xm}^2 + \sigma_{ym}^2 - \sigma_{xm}\sigma_{ym} + 3\tau_{sym}^2}$$

Nestas equações, componentes alternadas devem “entrar” apenas nas equações com índice a e componentes médias nas com índice m . Note-se que, para grandezas constantes, a média é igual ao valor constante e o valor da componente alternada é igual a zero. Resta saber onde calcular os valores destas tensões. Em eixos sujeitos à flexo-torção, σ_{max} e τ_{max} ocorrem na superfície e neste ponto deve-se calcular as tensões.

É necessário estabelecer fatores de segurança, que consistem numa forma de afastar a tensão efetiva da tensão admissível limite de fadiga do material, o que é uma primeira diretriz para a seleção deste ou, de outra forma, a partir de um material fixo, dimensionar o eixo. A referência [2]utiliza a seguinte formulação para o cálculo do coeficiente de segurança n .

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}$$

onde S_{ut} é a tensão limite de resistência do material.

Também visando a correção da resistência à fadiga em função da tensão média, a ASME (American Society of Mechanical Engineers) propõe o seguinte critério de correção:

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_e} \right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y} \right)^2 = 1$$

Onde:

n é o coeficiente de segurança adotado, σ_a é a tensão alternada atuante, S_e o limite de resistência à fadiga, S_y a tensão de escoamento do material e σ_m a tensão média atuante.

A grande maioria dos eixos de máquina industriais está submetida à flexo-torção, com tensão normal variável e tensão tangencial devido a torção constante. Algumas vezes, como na presença de engrenagens helicoidais, há ainda a contribuição da tensão normal devido a força axial nos dentes da engrenagem. De qualquer maneira, o problema de compatibilizar o material com as dimensões do eixo será abordado, inicialmente, em sua forma geral, ou seja, como se estivessem presentes as componentes médias e alternadas de cada tensão. As equações abaixo mostram o cálculo das tensões atuantes em eixos cilíndricos maciços:

$$\sigma_a = k_{fa} \frac{32M_a}{\pi d^3}$$

$$\sigma_m = k_{fm} \frac{32M_m}{\pi d^3}$$

$$\tau_a = k_{fa} \frac{16T_a}{\pi d^3}$$

$$\tau_m = k_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{maxital} = k_{fa} \frac{4F_m}{\pi d^2}$$

$$\sigma_{axatal} = k_{fa} \frac{4F_a}{\pi d^2}$$

onde:

- k_{fm} é o fator de concentração para tensão de flexão;
- k_{fs} é o fator de concentração para tensão de cisalhamento;
- k_{fa} é o fator de concentração para tensão axial;
- M_a é o momento fletor alternado;
- M_m é o momento fletor médio;
- T_a é o momento torçor alternado;
- T_m é o momento torçor médio;
- F_a é a força axial alternada;
- F_m é a força axial média.

A partir do critério da ASME e das fórmulas de tensões acima, chega-se à seguinte fórmula iterativa para obtenção do diâmetro do eixo, quando submetido a tensões alternadas e médias provenientes de cargas torcionais, flexoras e axiais levando em consideração possíveis concentradores de tensão:

$$D = \sqrt[6]{\left(\frac{4n}{\pi}\right)^2 \left\{ \frac{1}{S_e^2} [(8M_a k_{FM} + F_a k_{FF} d)^2 + 48T_a^2 k_{FT}] + \frac{1}{S_y^2} [(8M_m k_{FM} + F_m k_{FF} d)^2 + 48T_m^2 k_{FT}] \right\}}$$

E da seguinte fórmula para obtenção do coeficiente de segurança:

$$\frac{1}{n} = \frac{4}{\pi d^3} \sqrt{\frac{1}{S_e^2} [(8M_a k_{FM} + F_a k_{FF} d)^2 + 48T_a^2 k_{FT}] + \frac{1}{S_y^2} [(8M_m k_{FM} + F_m k_{FF} d)^2 + 48T_m^2 k_{FT}]}$$

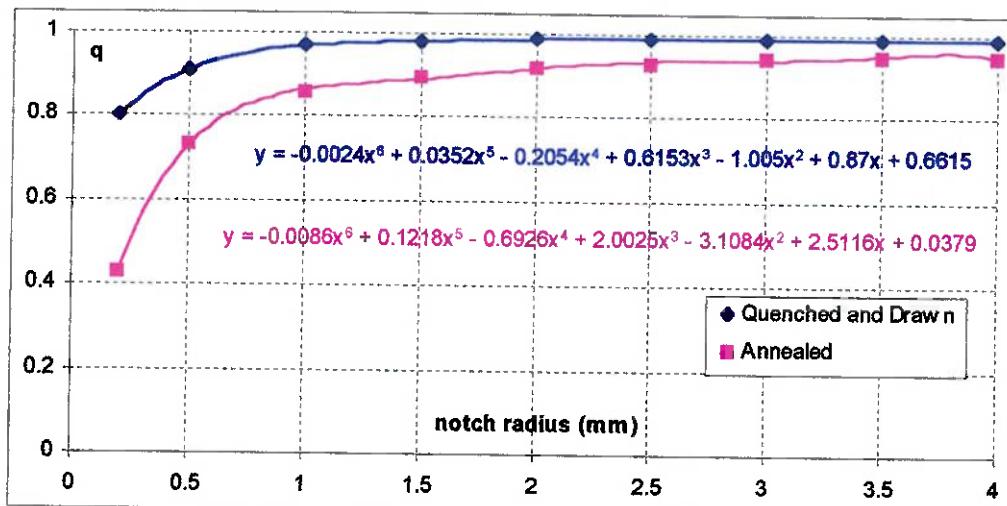
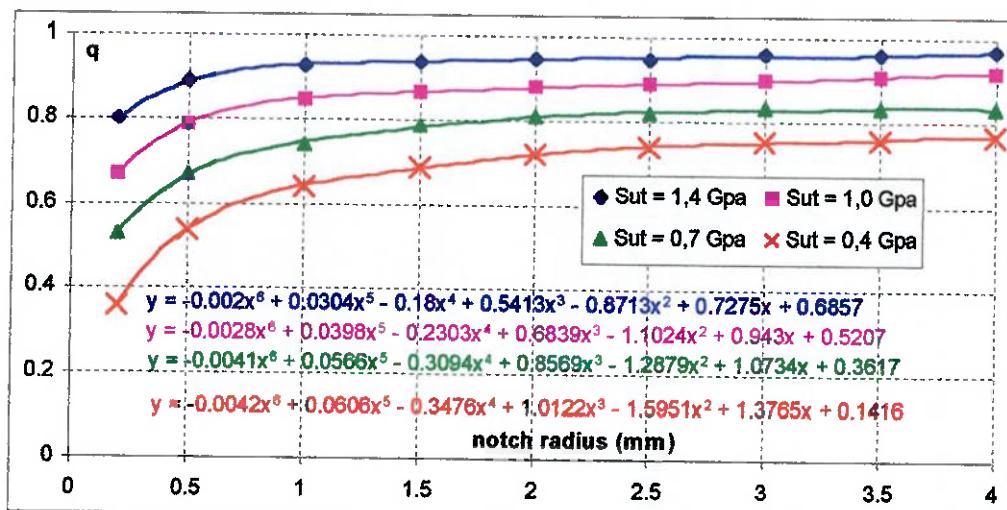
Onde:

- n é o coeficiente de segurança a ser escolhido ou procurado pelo usuário;
- M_a , F_a , T_a e M_m , F_m , T_m são respectivamente os momentos fletores, as forças axiais e os torques alternados e médios equivalentes calculados através das cargas e configurações geométricas inseridas pelo usuário;
- k_{FM} , k_{FF} e k_{FT} são os concentradores de tensões para as cargas fletoras, axiais e de torção respectivamente, calculados a partir da fórmula a seguir, no caso de rebaixos, pinos ou alívios (*referência [2]*), e de valor 1.6 no caso de chavetas (*referência [1]*).

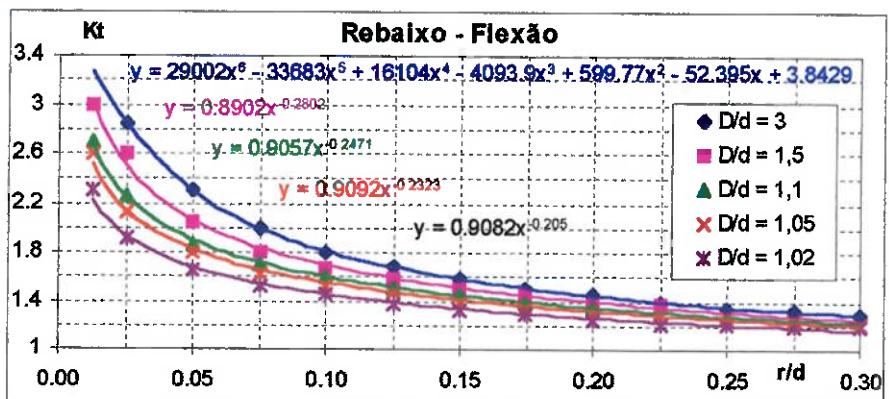
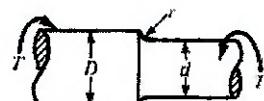
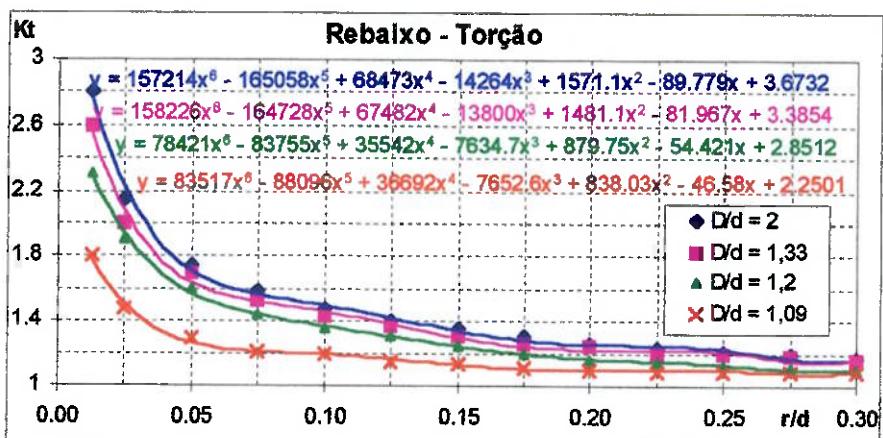
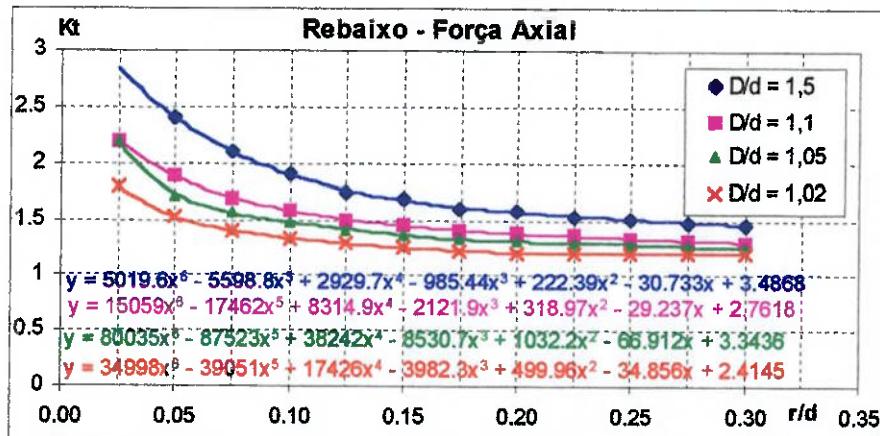
$$k_{F(M, F, T)} = 1 + q(k_{T(M, F, T)} - 1)$$

Onde os k_{ts} e os q_s são calculados a partir das características dos respectivos elementos concentradores de tensão escolhidos pelo usuário e de S_{ut} , tensão limite de ruptura, função do material do eixo, também determinado pelo usuário.

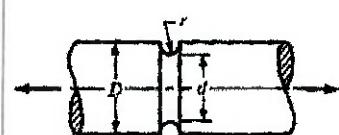
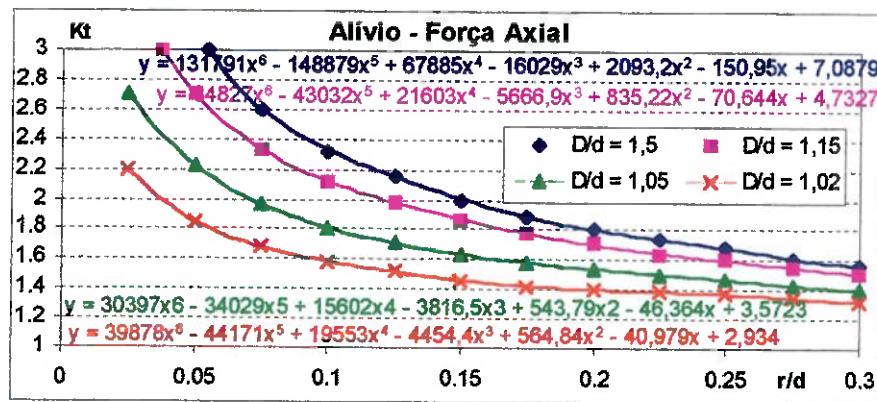
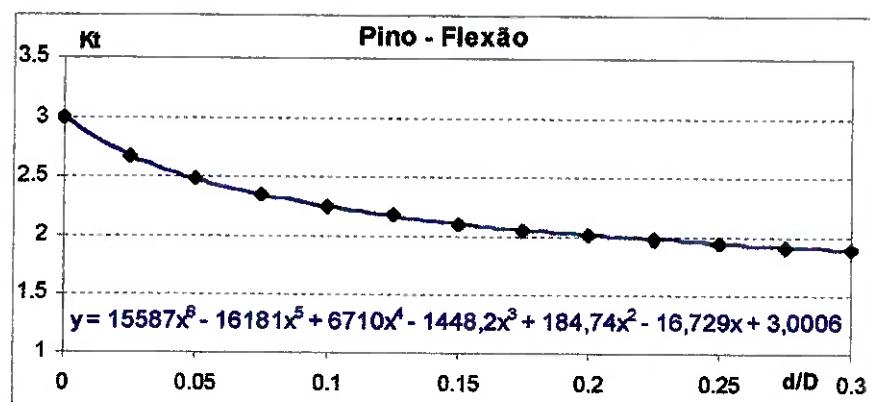
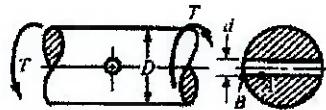
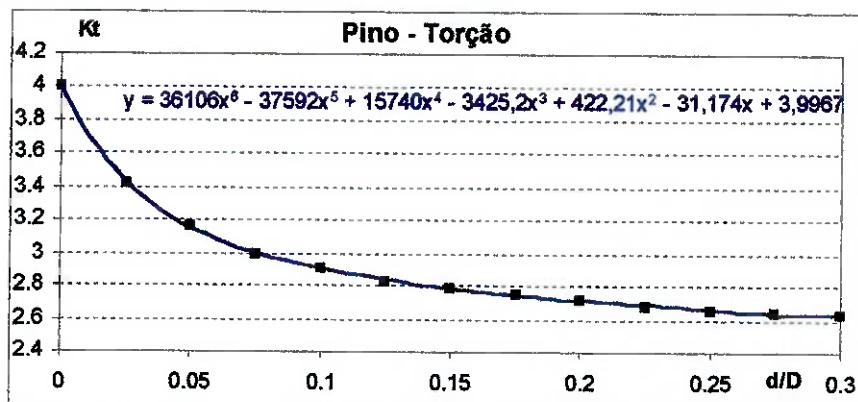
Abaixo encontram-se os gráficos retirados da referência [2] utilizados para o cálculo de q . As equações dependentes de S_{ut} e da dureza são interpoladas linearmente em caso do valor estar entre as curvas. Para o cálculo de q para flexão e forças normais utiliza-se o gráfico dependente da tensão e para o de torção o dependente da dureza.

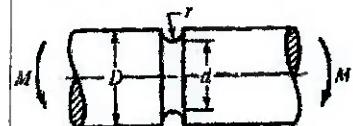
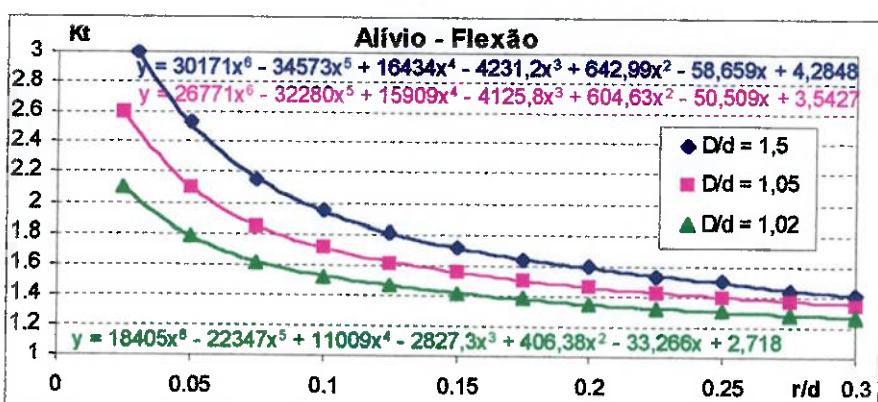
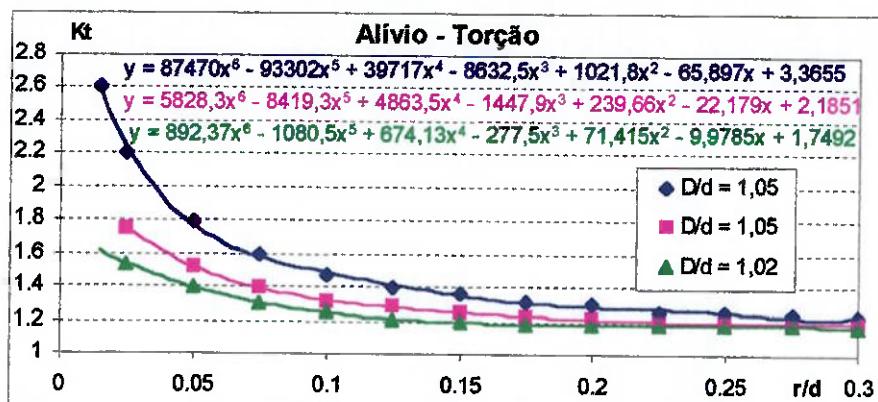


Os K_{ts} , função dos respectivos concentradores de tensão, são determinados a partir dos gráficos abaixo, também retirados da referência [2]. Os valores entre curvas, como no caso de q , também são interpolados linearmente.



O valor de Kt referente a pino, quando sujeito a forças normais, é desconsiderado e, portanto, vale 1.





S_y é a tensão de escoamento do material escolhido pelo usuário;
 S_e é o limite de fadiga calculado da seguinte forma:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_n S_{ut}$$

onde $S_e = 0,504 S_{ut}$

k_a é um fator função do acabamento superficial desejado pelo usuário e dado pela tabela abaixo;

Acabamento superficial	Fator a (MPa)	Expoente b
Ground (retificado)	1.58	-0.085
Machined ou cold-drawn (usinado ou laminado a frio)	4.51	-0.265
Hot-rolled (laminado a quente)	57.7	-0.718
As forged (forjado ou conformado)	272	-0.995

Fonte: Referência [2]

$$k_a = a S_{ut}^b$$

k_b é um fator função do diâmetro d , determinado por um pré-cálculo;

$$k_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} \text{ mm} \Leftrightarrow 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm}$$

Para $d > 51 \text{ mm}$ k_b vale 0.6 se houver torção ou flexão, caso contrário, se só houver carregamento axial, ele não tem efeito e, portanto, vale 1.

Fonte: Referência [2]

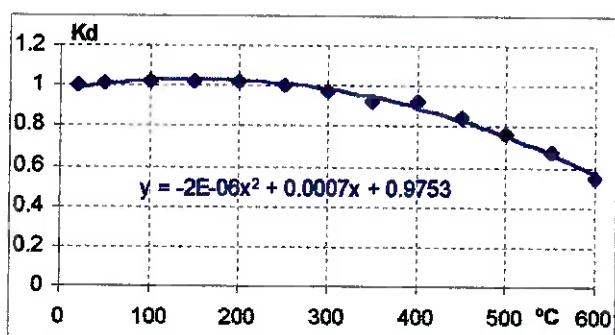
k_c é um fator função do tipo de carga e não será levado em consideração $k_c = 1$;

k_d é um fator função da temperatura e dado pela tabela abaixo

Temperatura (°C)	k_d
20	1.000
50	1.010
100	1.020
150	1.025
200	1.020
250	1.000
300	0.975
350	0.927
400	0.922
450	0.840
500	0.766
550	0.670
600	0.546

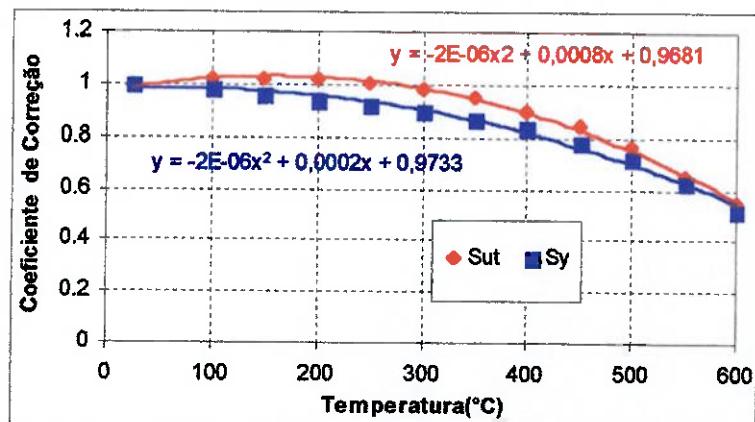
Fonte: Referência [2]

Para o cálculo de k_d usou-se interpolar a tabela acima de forma a obter a equação mostrada no gráfico abaixo.



k_r é o coeficiente de confiabilidade que exprime a dispersão dos resultados experimentais associados com o limite de fadiga.

A temperatura também influí nos valores de S_{ut} e S_y e, para tal correção, usa-se o fator dado pelas equações abaixo, resultantes de gráfico da referência [2].



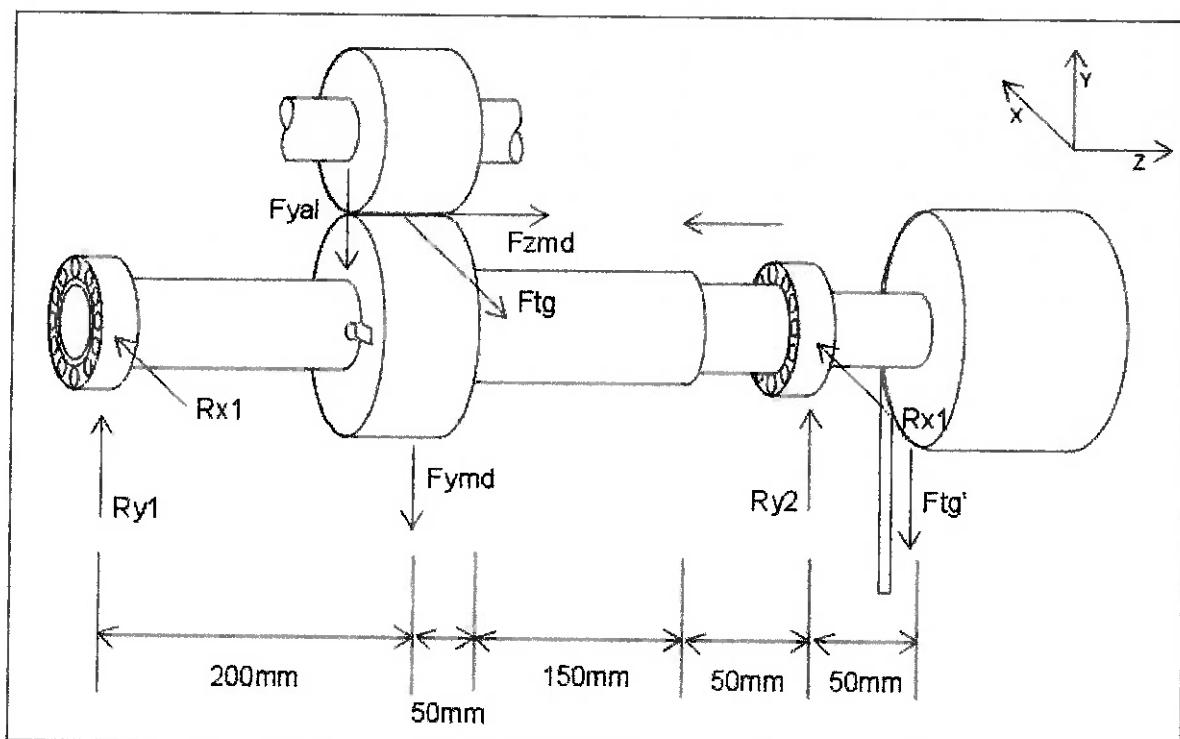
Os valores de S_{ut} e S_y referentes aos materiais contidos em biblioteca estão listados na tabela abaixo, retirada da referência [3]:

AISI nº.	Tratamento	S_{ut} (MPa)	S_y (MPa)
1020	As-rolled	448.2	330.9
	Normalized	441.3	346.5
	Annealed	394.7	294.8
1030	As-rolled	551.6	344.7
	Normalized	520.6	344.7
	Annealed	463.7	341.3
1040	As-rolled	620.5	413.7
	Normalized	589.5	374.0
	Annealed	518.8	353.4
1050	As-rolled	723.9	413.7
	Normalized	748.1	427.5
	Annealed	636.0	365.4
4140	Normalized	1,024.4	655.0
	Annealed	655.0	417.1
4340	Normalized	1,279.0	861.8
	Annealed	744.6	472.3

3.2. Exemplo de aplicação

Neste ponto será introduzida uma aplicação exemplo do cálculo que o programa executa. O exemplo trata-se de um eixo utilizado em uma determinada transmissão submetido a diversas cargas de diferentes origens que possibilita abranger alguns dos diferentes cálculos realizados pelo programa.

A situação em questão é melhor visualizada através da figura abaixo, que supõe a presença de uma engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais montada no eixo:



3.2.1. Configuração de cargas

$$F_{tg'} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{carga: alternada} \\ \text{carregamento: força - transversal} \\ \text{direção: } Y \\ \text{posição: } 500\text{mm} \\ \text{magnitude: } -0.5\text{kN} \end{array} \right\}$$

$$T_{Ftg'} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{carga: média} \\ \text{carregamento: torque} \\ \text{direção: } Z \\ \text{posição - inicial: } 200\text{mm} \\ \text{posição - final: } 500\text{mm} \\ \text{magnitude: } 50\text{Nm} \end{array} \right\}$$

$$F_{tg} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{carga: alternada} \\ \text{carregamento: força - transversal} \\ \text{direção: } X \\ \text{posição: } 200\text{mm} \\ \text{magnitude: } -0.3\text{kN} \end{array} \right\}$$

$$F_{yal} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{carga: alternada} \\ \text{carregamento: força - transversal} \\ \text{direção: } Y \\ \text{posição: } 200\text{mm} \\ \text{magnitude: } -0.1\text{kN} \end{array} \right\}$$

$$M_{AlF_{zmd}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{carga: alternada} \\ \text{carregamento: momento - fletor} \\ \text{direção: } X \\ \text{posição: } 200\text{mm} \\ \text{magnitude: } 8.33\text{Nm} \end{array} \right\}$$

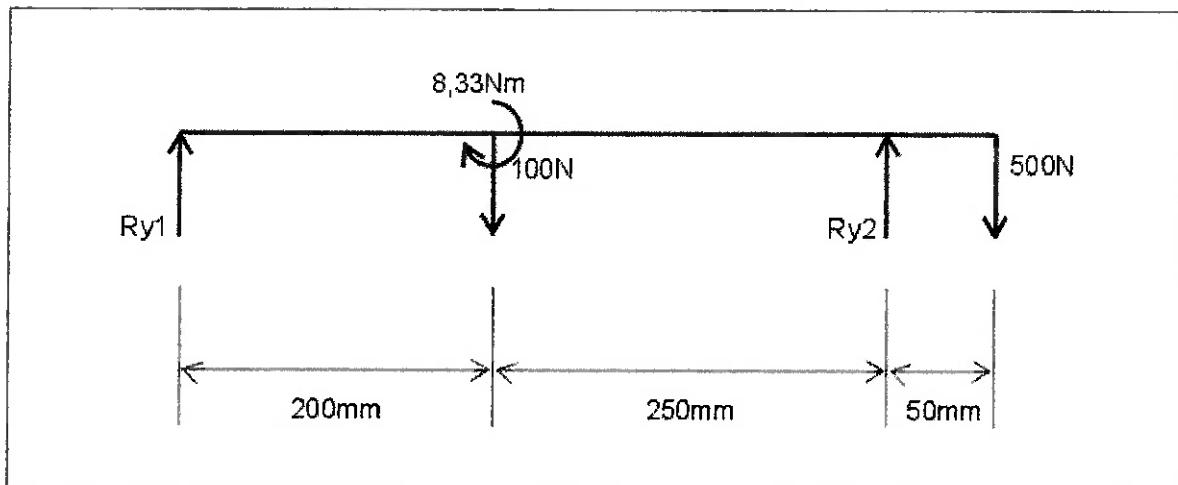
$$Fynd \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{carga : média} \\ \text{carregamento : força - transversal} \\ \text{direção : } Y \\ \text{posição : } 200\text{mm} \\ \text{magnitude : } 0.005\text{kN} \end{array} \right\}$$

$$Fzmd \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{carga : média} \\ \text{carregamento : força - axial} \\ \text{direção : } Z \\ \text{posição - inicial : } 200\text{mm} \\ \text{posição - final : } 450\text{mm} \\ \text{magnitude : } -0.05\text{kN} \end{array} \right\}$$

3.2.2. Cálculo das reacções

Cargas Alternadas

Direção Y



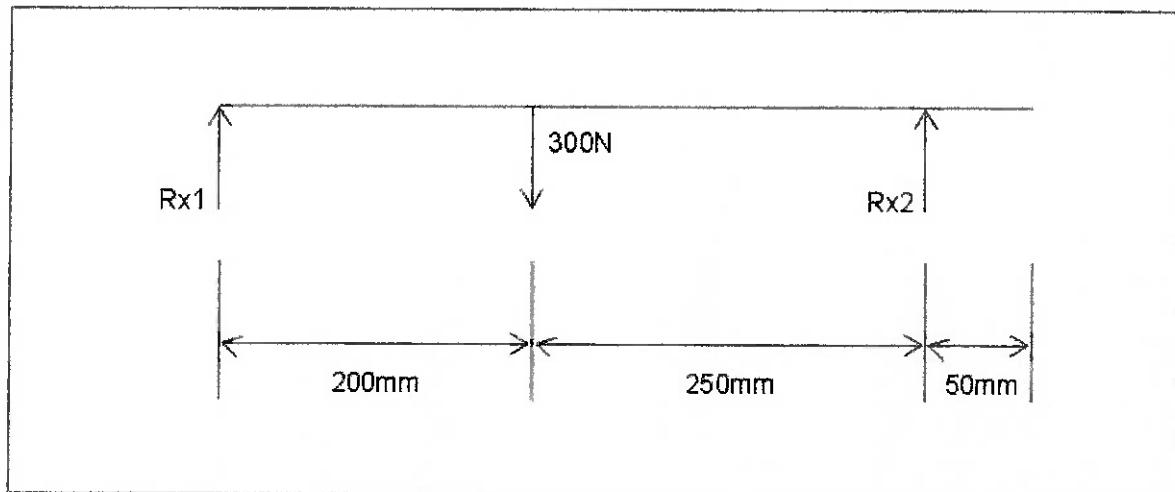
$$\sum M1 = 0 = 100(200) - Ry2(450) + 500(500) + 0.00833$$

$$Ry2 = 600\text{N}$$

$$\sum M2 = 0 = Ry1(450) - 100(250) + 500(50) + 0.00833$$

$$Ry1 = 2(10)^{-5}\text{ N} \rightarrow 0$$

Direção X



$$\sum M_1 = 0 = 300(200) - Rx_2(450)$$

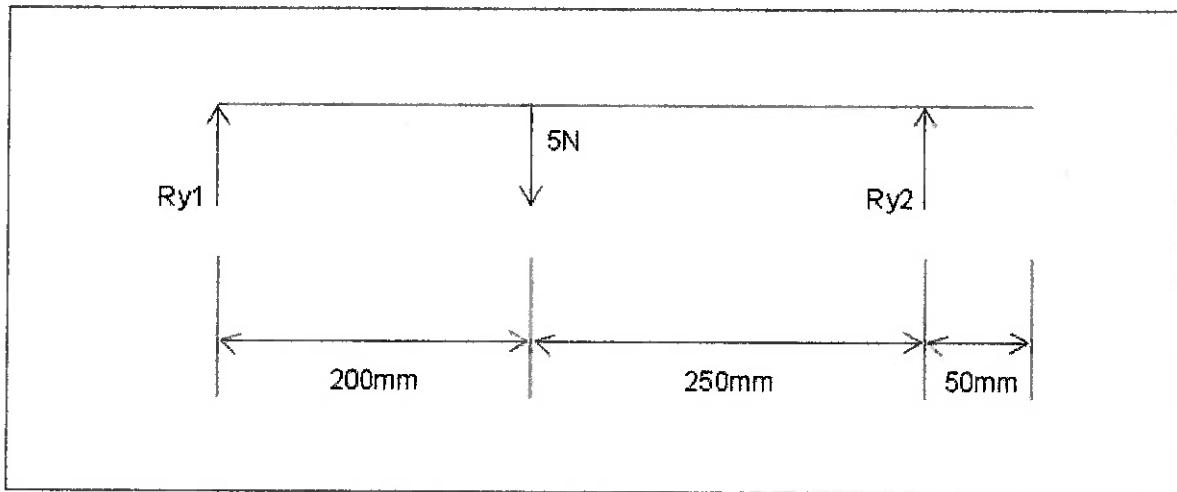
$$Rx_2 = 133.33N$$

$$\sum M_2 = 0 = Rx_1(450) - 300(250)$$

$$Rx_1 = 166.67N$$

Cargas Médias

Direção Y



$$\sum M_1 = 0 = 5(200) - Ry2(450)$$

$$Ry2 = 2.22N$$

$$\sum M_2 = 0 = Ry1(450) - 5(250)$$

$$Ry1 = 2.78N$$

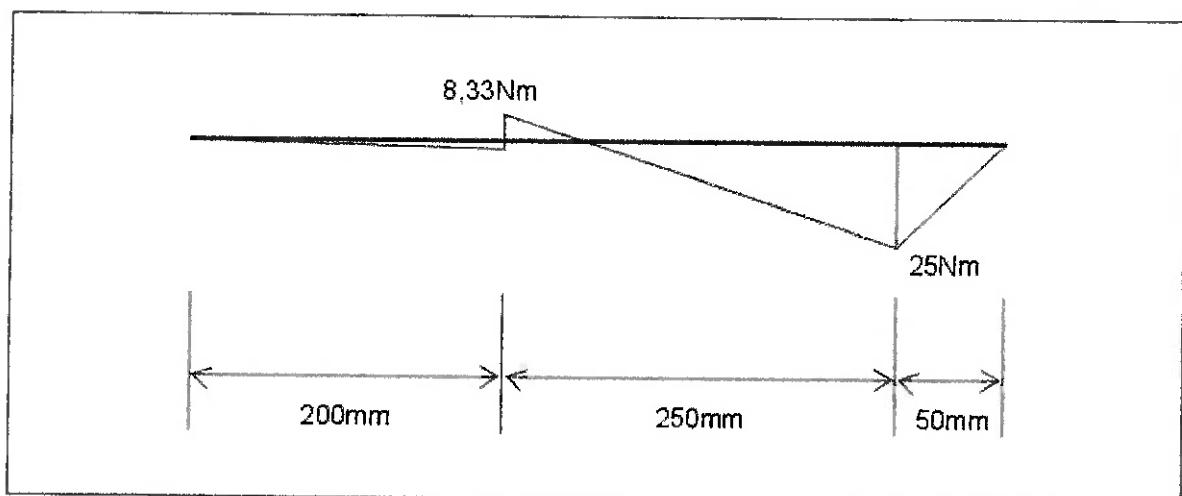
Direção X

Não há reações na direção X uma vez que não há forças atuando nesta direção (já considerou-se a força de desbalanceamento atuando na direção Y)

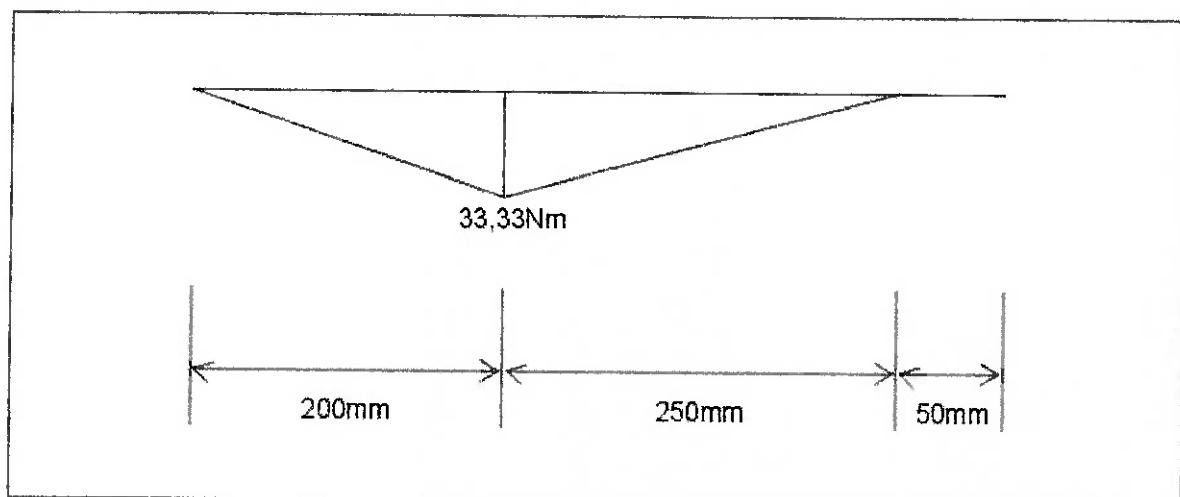
3.2.3. Diagrama dos esforços solicitantes

Cargas Alternadas

Momento Fletor em X

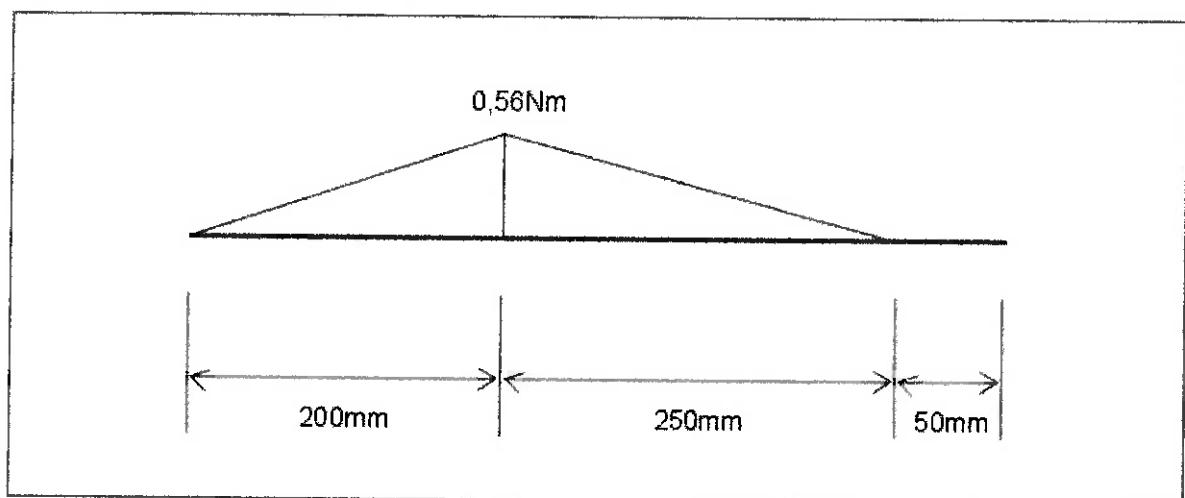


Momento Fletor em Y

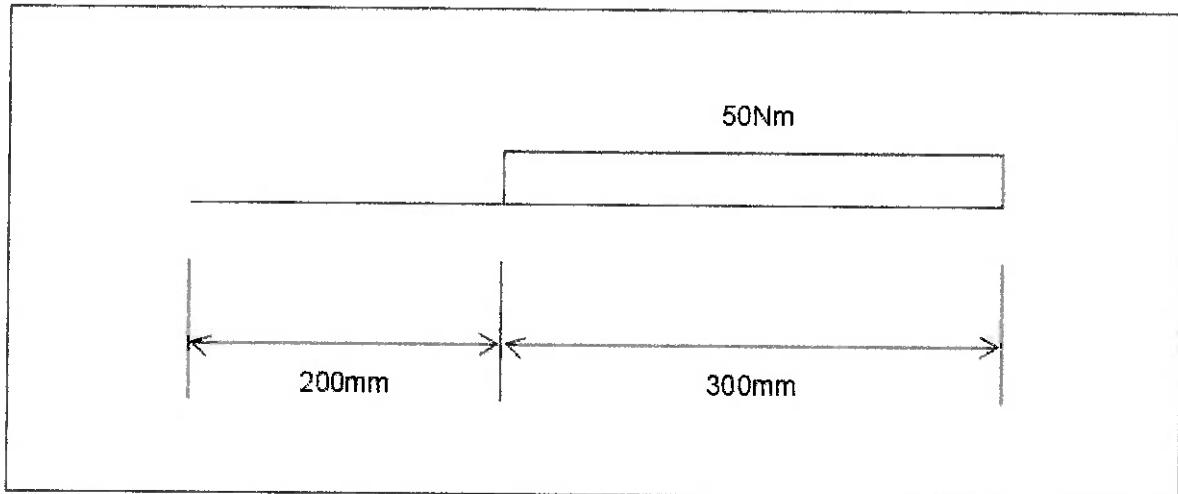


Cargas Médias

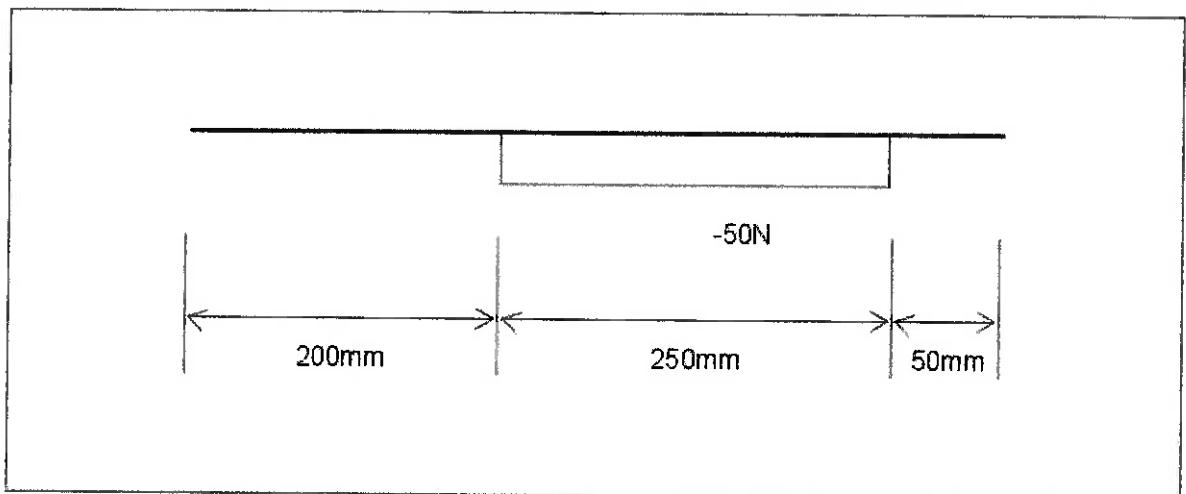
Momento Fletor em X



Momento Torçor



Força Axial



3.2.4. Primeira estimativa para o diâmetro mínimo

Percebe-se através dos diagramas dos esforços solicitantes que a seção de máximo carregamento é a seção posicionada a 200mm da extremidade esquerda do eixo. Calcula-se, então, para esta seção, os momentos fletores, torções e forças axiais médios e alternados equivalentes, usando os valores fornecidos pelos diagramas:

$$M_{eq} = \sqrt{Mx^2 + My^2}$$

$$Ma = \sqrt{8.33^2 + 33.33^2} = 34.36 \text{ Nm}$$

$$Mm = 0.56 \text{ Nm}$$

$$Tm = 50 \text{ Nm}$$

$$Fm = -0.05 \text{ kN}$$

Usando um coeficiente de segurança $n = 1.5$, um material cuja tensão de escoamento $S_y = 400 \text{ MPa}$, de ruptura $S_{ut} = 600 \text{ MPa}$, acabamento superficial do tipo “machined” e temperatura de operação ambiente (25°C), calcula-se um primeiro diâmetro desconsiderando efeitos de concentração de tensão:

$$Ka = aS_{ut}^b = 4.51(600)^{-0.265} = 0.83$$

$$\text{Supondo: } 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \Rightarrow kb = 0.92$$

$$kc = 1$$

$$25^\circ\text{C} \Rightarrow kd = 1$$

$$Se' = 0.504 S_{ut} = 0.504(600) = 302.4 \text{ MPa}$$

$$Se = kakbkckdSe' = 0.83(0.92)(1)(302.4) = 231 \text{ MPa}$$

$$D = \sqrt[6]{\left(\frac{4n}{\pi}\right)^2 \left\{ \frac{1}{Se^2} \left[(8Ma k_{Fr} + Fa k_{Fr} d)^2 + 48T_a^2 k_{Fr} \right] + \frac{1}{S_y^2} \left[(8Mm k_{Fr} + Fm k_{Fr} d)^2 + 48T_m^2 k_{Fr} \right] \right\}}$$

$$D = \sqrt[6]{\left(\frac{4(1.5)}{\pi}\right)^2 \left\{ \frac{1}{231^2} \left[(8(34.36))^2 \right] + \frac{1}{400^2} \left[(8(0.56) + (-0.05)d)^2 + 48(50)^2 \right] \right\}}$$

Estimando um d inicial de por exemplo 30mm e iterando a fórmula acima, chega-se ao valor de $D=14 \text{ mm}$.

3.2.5. Diâmetro mínimo considerando concentradores de tensões

Será feita agora a definição do diâmetro considerando um concentrador de tensões, no caso, a chaveta situada a 200mm da origem do sistema de coordenadas. Deve-se escolher este concentrador pois a chaveta está situada sobre o local mais carregado do eixo, conforme é mostrado nos diagramas de esforços solicitantes.

Neste ponto, o diâmetro do eixo é dado pela seguinte equação:

$$D = \sqrt[6]{\left(\frac{4(1.5)}{\pi}\right)^2 \left\{ \frac{1}{231^2} [(8(34.36 \cdot 1.6))^2] + \frac{1}{400^2} [(8(0.56)1.6 + (-0.05) \cdot 1.6 \cdot d)^2 + 48(50)^2 \cdot 1.6] \right\}}$$

Nota-se que a única diferença entre a formulação anterior e a formulação acima reside no fato de que na primeira adotam-se os valores dos concentradores de tensão como sendo 1 e na segunda, adota-se 1.6, pois agora está sendo considerada, a concentração devido a presença da chaveta.

Desta segunda análise resulta um diâmetro de 16,1mm .

3.2.6. Verificação

A partir desses dados adotaremos a seguinte configuração final para o eixo:

$$\text{seção_0} \Rightarrow \begin{cases} \text{comprimento : } 10\text{mm} \\ \text{diâmetro : } 14\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{seção_1} \Rightarrow \begin{cases} \text{comprimento : } 200\text{mm} \\ \text{diâmetro : } 16.5\text{mm} \\ \text{raio_de_arredondamento : } 2\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{seção_2} \Rightarrow \begin{cases} \text{comprimento : } 190\text{mm} \\ \text{diâmetro : } 18.5\text{mm} \\ \text{raio_de_arredondamento : } 2\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{seção_3} \Rightarrow \begin{cases} \text{comprimento : } 40\text{mm} \\ \text{diâmetro : } 16.5\text{mm} \\ \text{raio_de_arredondamento : } 2\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{seção_4} \Rightarrow \begin{cases} \text{comprimento : } 60\text{mm} \\ \text{diâmetro : } 14\text{mm} \\ \text{raio_de_arredondamento : } 2\text{mm} \end{cases}$$

Nota-se que na seção da chaveta, adotou-se um diâmetro superior ao que havia sido calculado, o que resultará em um coeficiente de segurança maior do que 1.5 para esta seção. Por outro lado, adotamos um diâmetro de apenas 14mm na primeira e na última seção, pois nestas seções o eixo é menos solicitado. Entretanto, não se sabe quanto menos, estas seções

estão sendo solicitadas, portanto faz-se necessário proceder a uma verificação para estas seções. Ou melhor, verificaremos a seção mais carregada das duas (a última) e assim teremos uma perfeita idéia de qual o coeficiente de segurança global do eixo.

Com base nos diagramas de esforços solicitantes, chegamos aos seguintes valores para a configuração de carga da posição em questão:

$$M_{ax} = 23.66 \text{ Nm}$$

$$M_{ay} = 1.33 \text{ Nm}$$

$$Meq = \sqrt{Mx^2 + My^2}$$

$$Ma = \sqrt{23.66^2 + 1.33^2} = 23.7 \text{ Nm}$$

$$M_{mx} = 0.02 \text{ Nm}$$

$$M_{my} = 0 \text{ Nm}$$

$$Meq = \sqrt{Mx^2 + My^2}$$

$$Mm = \sqrt{0.02^2 + 0^2} = 0.02 \text{ Nm}$$

$$F_a = 0 \text{ N}$$

$$F_m = -0.05 \text{ N}$$

$$T_a = 0 \text{ Nm}$$

$$T_m = 50 \text{ Nm}$$

Procede-se agora a análise dos concentradores de tensões:

$$D/d = 16.5/14 = 1.17$$

$$r/d = 2/14 = 0.14$$

Consultando os gráficos da *referência [2]*, resulta:

$$\text{Para a força axial: } k_t = 1.55$$

$$\text{Para a torção: } k_t = 1.2$$

$$\text{Para a flexão: } k_t = 1.52$$

Novamente, consultando os gráficos da *referência [2]*, chega-se aos seguintes valores para os fatores de forma, obtidos para um raio de 2mm e uma dureza de 210 Bhn:

$$\text{Para a força axial: } q = 0.75$$

$$\text{Para a torção: } q = 0.98$$

$$\text{Para a flexão: } q = 0.75$$

Utiliza-se, então, a seguinte relação:

$$k_{F(M, F, T)} = 1 + q(k_{T(M, F, T)} - 1)$$

Donde resulta:

- Para a força axial: $k_f = 1.41$
 Para a torção: $k_f = 1.19$
 Para a flexão: $k_f = 1.39$

Segue:

$$\frac{1}{n} = \frac{4}{\pi d^3} \sqrt{\frac{1}{S_e^2} [(8M_a k_{F_M} + F_a k_{F_T} d)^2 + 48T_a^2 k_{F_T}] + \frac{1}{S_y^2} [(8M_m k_{F_M} + F_m k_{F_T} d)^2 + 48T_m^2 k_{F_T}]}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{4}{\pi \cdot 1.4^3} \sqrt{\frac{1}{234^2} [(8 \cdot 23.7 \cdot 1.39)^2] + \frac{1}{400^2} [(8 \cdot 0.02 \cdot 1.39 + (-0.05) \cdot 1.41 \cdot 14)^2 + 48^2 (50)^2 \cdot 1.19]}$$

Finalmente: $n = 1,46$

Utilizando o DIMEVE para as três etapas de cálculo citadas anteriormente, chega-se aos seguintes resultados:

Diâmetro preliminar = 14.02 mm

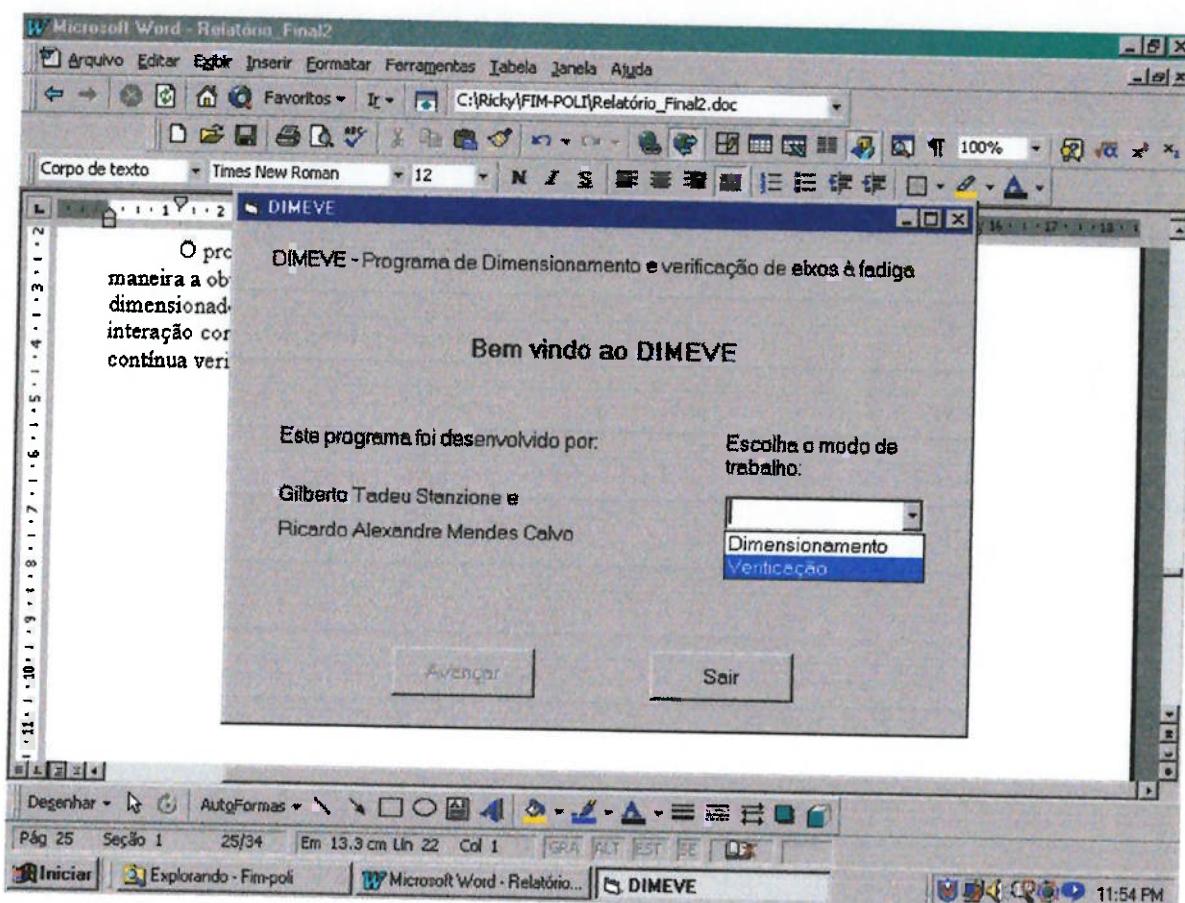
Diâmetro considerando a concentração provocada pela chaveta = 16.06mm

Coeficiente de segurança global do eixo = 1.47

Como se pode observar, os erros são mínimos e podem perfeitamente ser explicados pela interpolação visual das curvas de concentradores de tensões.

4. Definição das entradas e saídas do programa

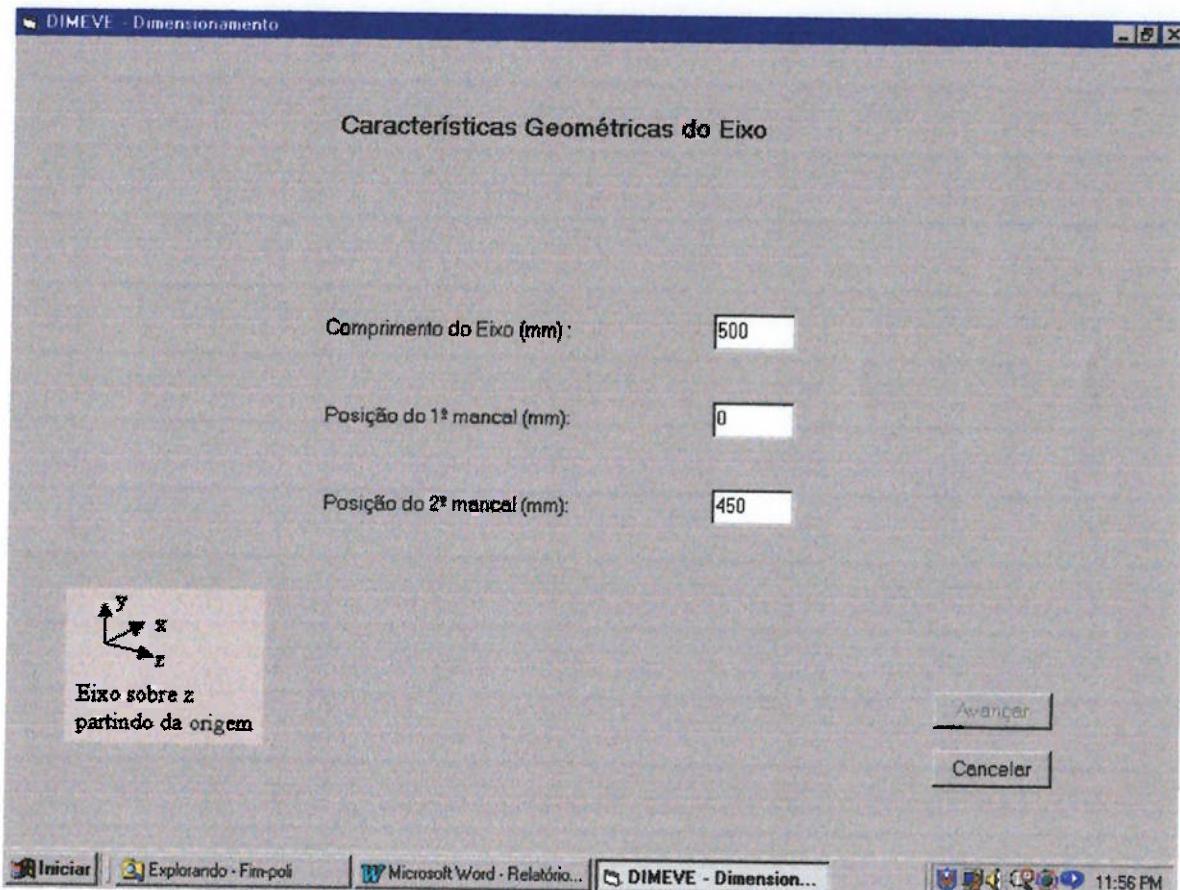
O programa tem duas estruturas fundamentais com as quais o usuário interagirá de maneira a obter os resultados desejados: uma voltada para a verificação a fadiga de eixos já dimensionados e outra para o dimensionamento a fadiga de eixos, com possibilidade de interação com a estrutura de verificação de forma que o dimensionamento se realize com contínua verificação de possíveis concentradores de tensão.



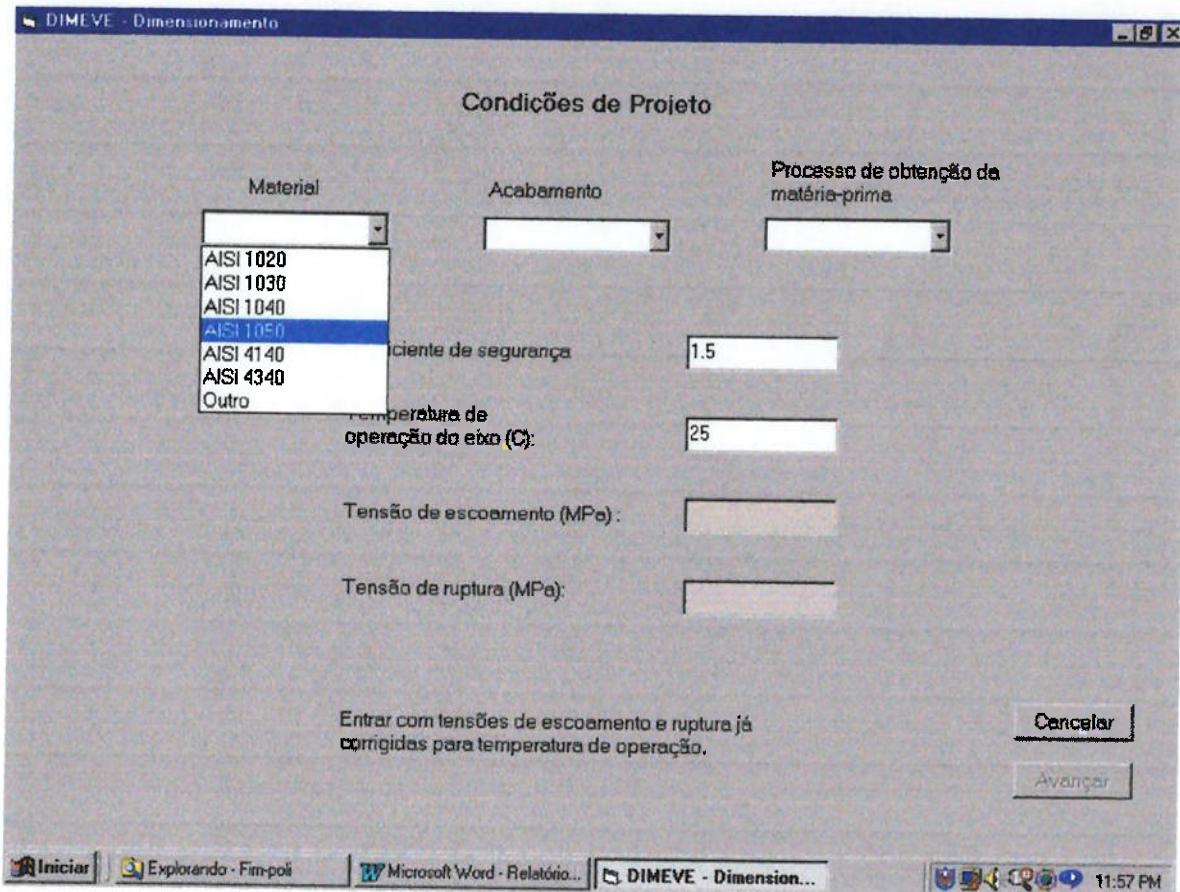
4.1. Estrutura de dimensionamento

4.1.1. Entradas

- Características geométricas do eixo:
 - comprimento do eixo (mm);
 - posicionamento dos mancais (mm).



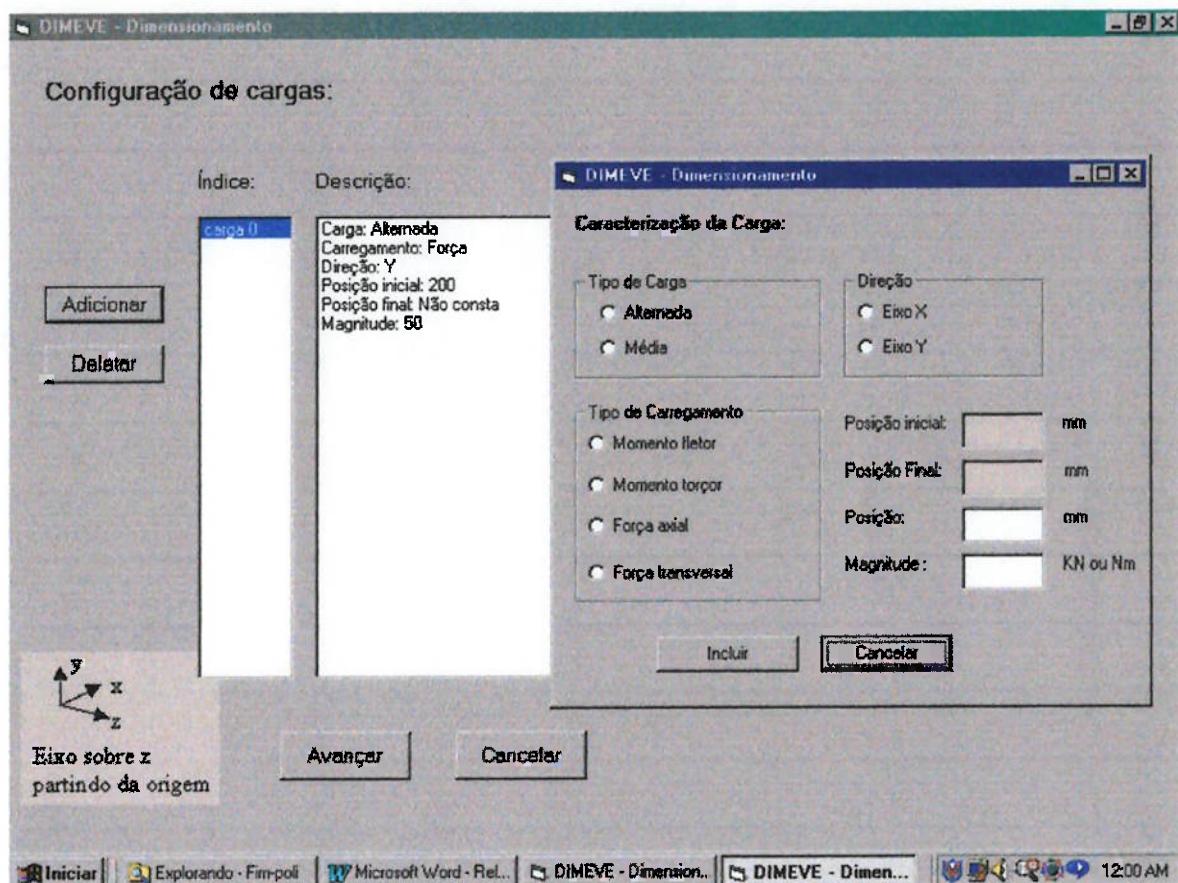
- Condições de projeto:
 - Material: SAE 1020, 1030, 1040, 1050, 4140, 4340 ou outro acabamento superficial: “ground”, “machined”, “cold drawn”, “hot-rolled” ou “as forged”;
 - Processo de obtenção da matéria-prima: “annealed”, “normalized” ou “as rolled”;
 - Coeficiente de segurança;
 - Temperatura de operação do eixo (°C).



Os três primeiros através de seleção de bibliotecas e, o primeiro, ainda com possibilidade de ser substituído pela entrada das tensões de escoamento e ruptura do material, caso o material desejado não se encontre na biblioteca.

- Configurações de carga:

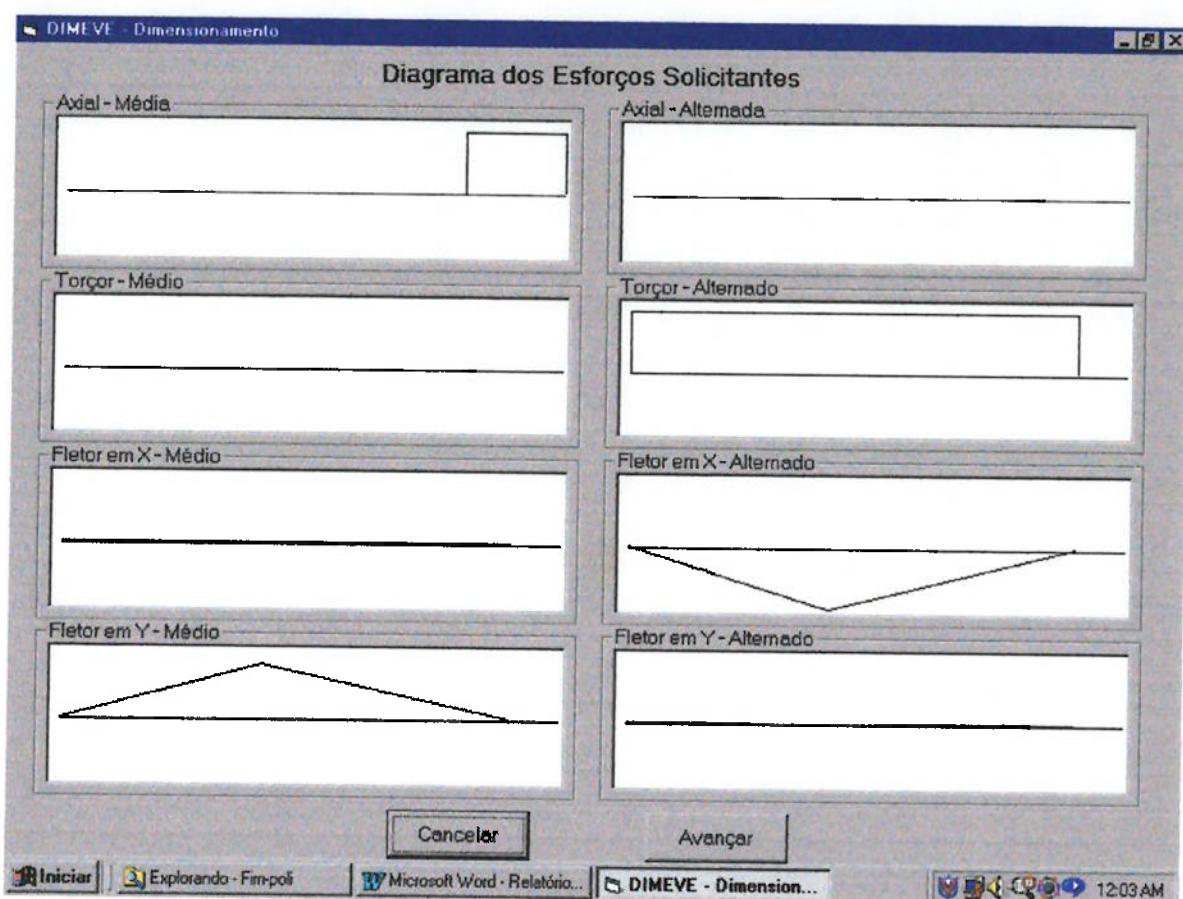
- Tipo de carga (média ou alternada), tipo de carregamento (momento fletor, torque, força transversal ou axial), posicionamento ao longo do eixo (mm) e magnitude (kN ou Nm).



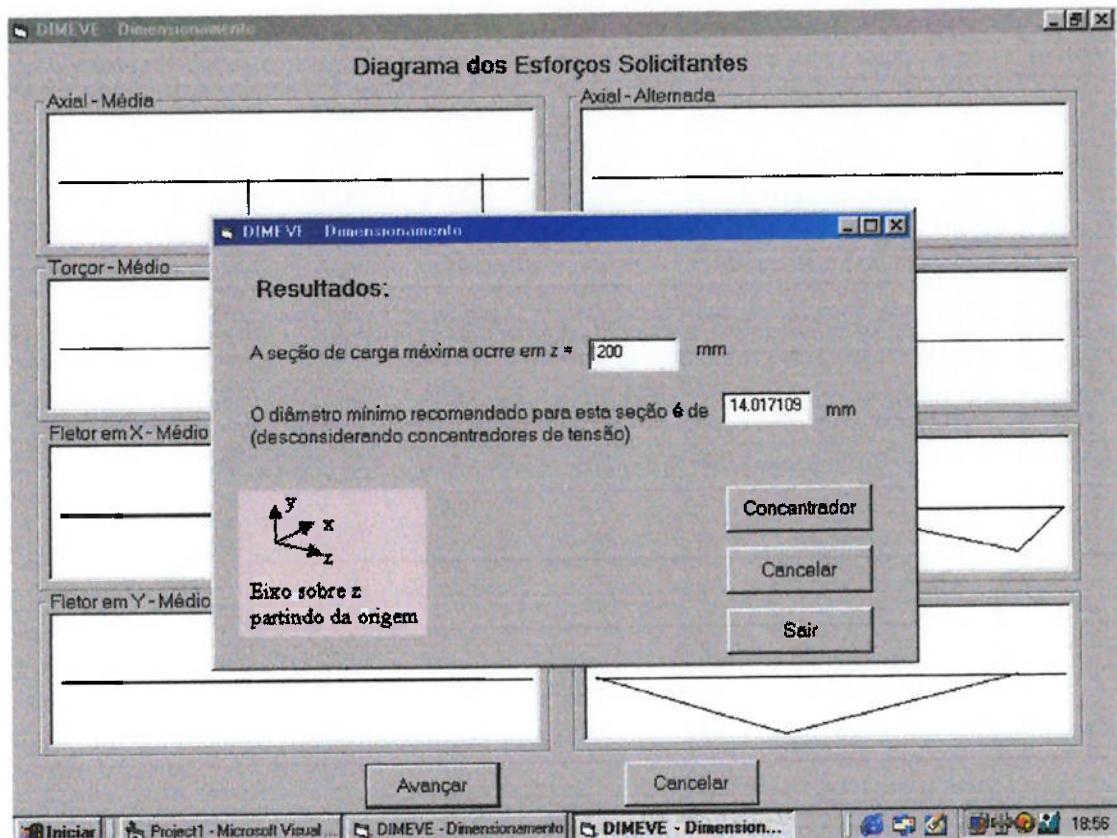
4.1.2. Saídas

- Diagrama dos esforços solicitantes:
 - Força axial média e alternada;
 - Momento torçor médio e alternado;
 - Momento fletor em X médio e alternado;
 - Momento fletor em Y médio e alternado.

Para efeitos de visualização e comparação, as forças axiais estão em uma escala, os momentos torções estão em uma segunda escala e os fletores em uma terceira.



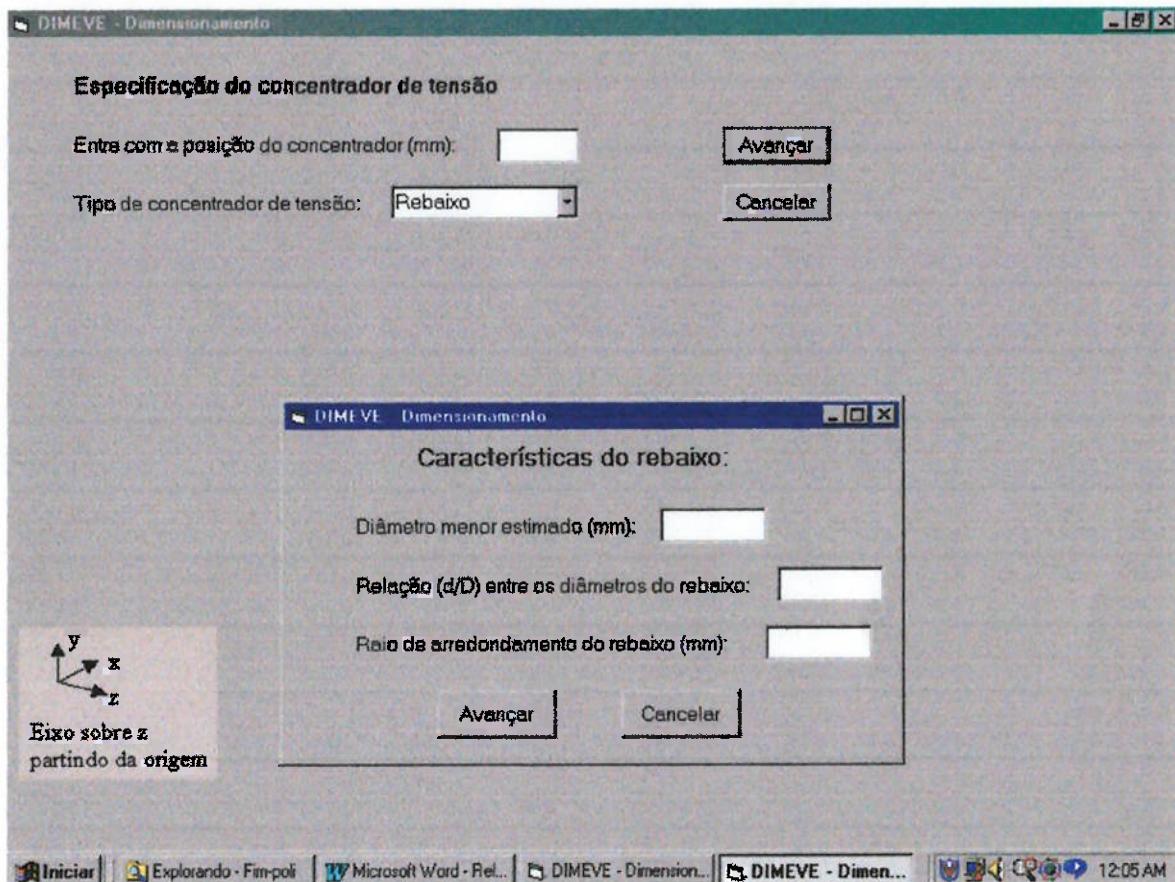
- Posição ao longo do eixo da seção de carga máxima (mm);
- Um primeiro diâmetro estimado desconsiderando os concentradores de tensão (mm).



Caso o usuário deseje prosseguir com o dimensionamento de modo a estimar um diâmetro considerando concentrador de tensão, ele deve entrar com dados adicionais. O usuário deve tentar escolher o concentrador de tensão que for mais crítico para a configuração de carga em questão. Caso haja dúvidas a respeito de qual é o concentrador mais crítico, ele pode optar por refazer posteriormente o dimensionamento para outro concentrador a título de conferência. Uma vez terminado este procedimento, recomenda-se proceder a estrutura de verificação, para que com a configuração completa de cargas e todos os concentradores de tensão a postos, a verificação do eixo seja realizada.

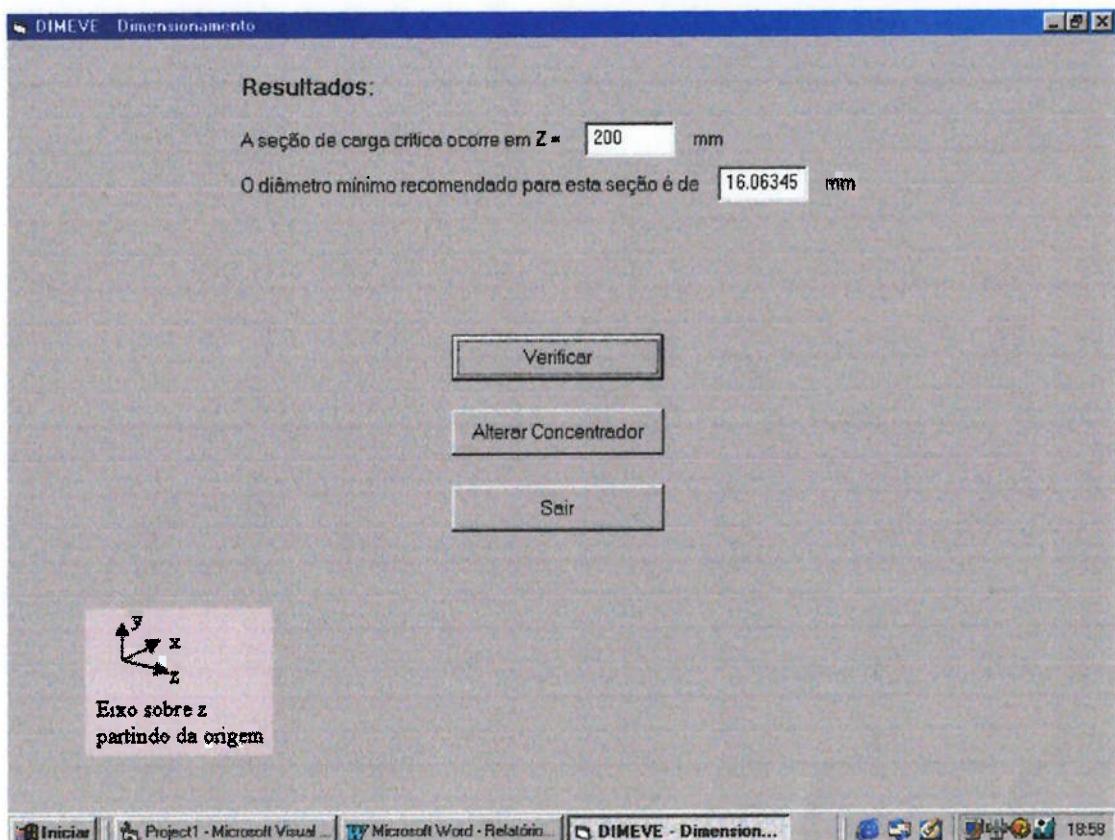
4.1.3. Entradas Adicionais

- Tipo, localização e parâmetros do concentrador de tensão em questão.



4.1.4. Saídas

- Posição ao longo do eixo da seção crítica considerando o concentrador de tensão escolhido como crítico (mm);
- Diâmetro mínimo recomendado para a seção crítica do eixo (mm).



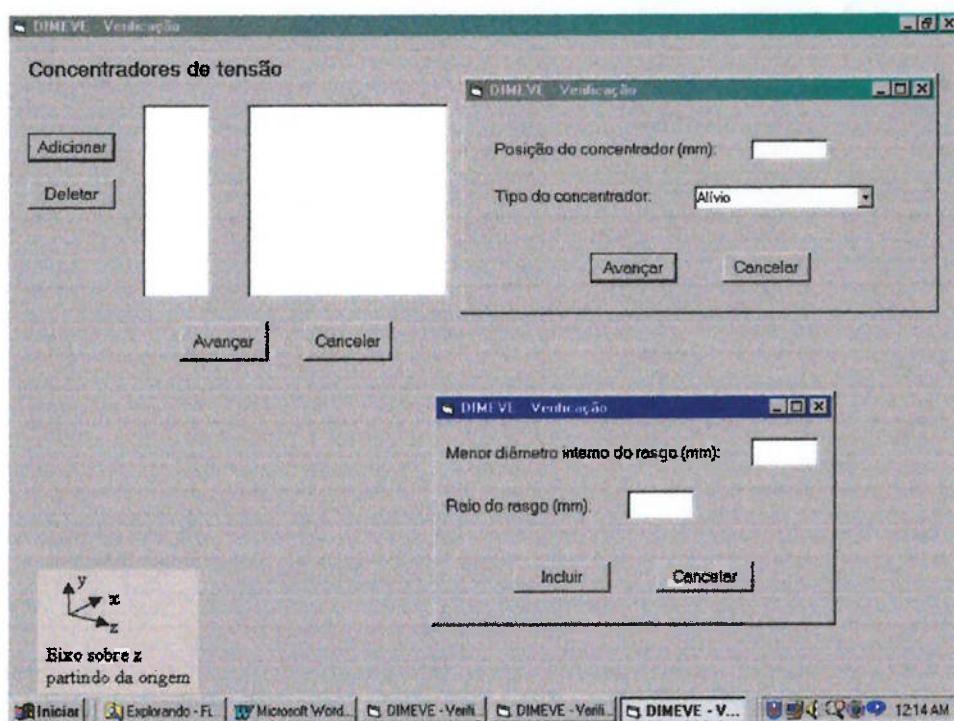
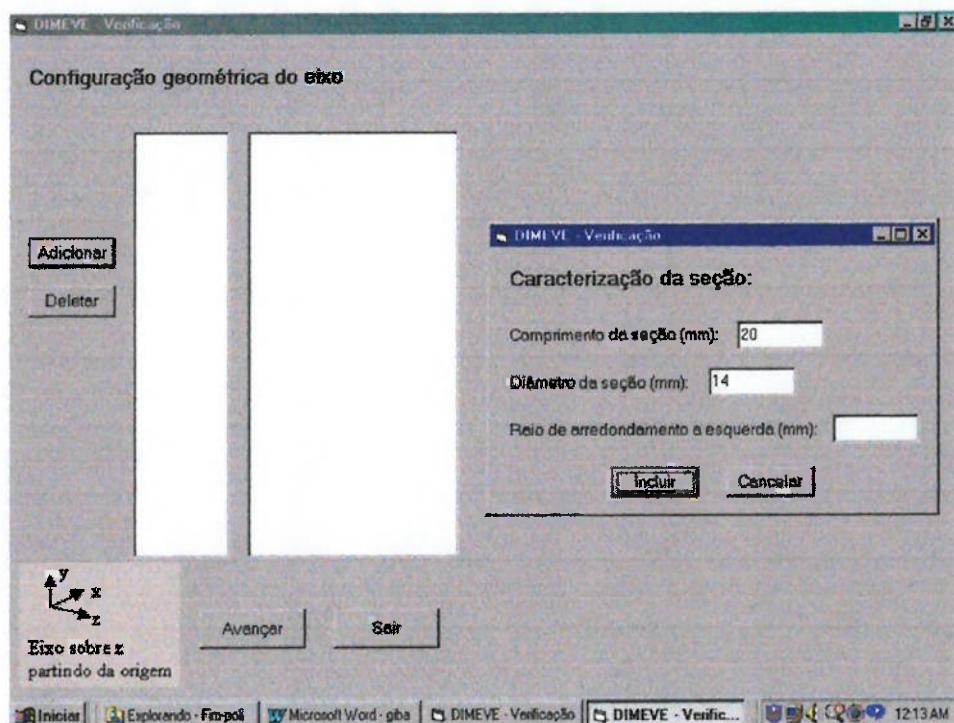
4.2. Estrutura de verificação

4.2.1. Entradas

- Características geométricas do eixo:
 - Comprimento e diâmetro de cada seção do eixo (mm) bem como o raio de arredondamento do rebaixo de uma seção para outra;
 - Posicionamento dos dois mancais;
 - Posição (mm) e tipo do concentrador de tensão (chaveta, pino ou alívio de tensão).
- Condições de projeto idênticas a estrutura de dimensionamento exceto pelo coeficiente de segurança que agora não mais é entrada mas saída;
- Configuração de cargas idênticas a estrutura de dimensionamento.

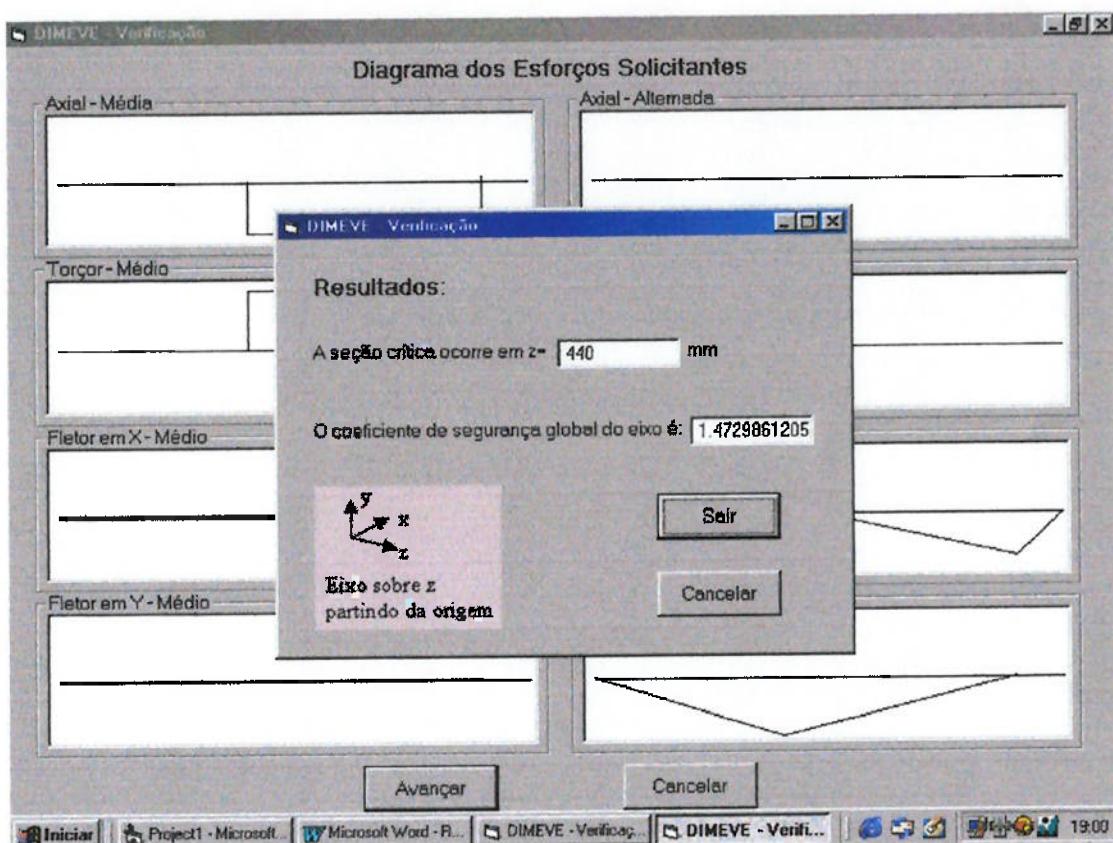
Caso o usuário tenha entrado no modo de verificação em continuação ao do dimensionamento, a configuração de cargas e as condições de projeto já vêm preenchidas para que ele não necessite digitá-las novamente, embora modificações sejam permitidas.

DIMEVE – Dimensionamento e Verificação



4.2.2. Saídas

- Posição ao longo do eixo da seção crítica considerando os concentradores de tensão (mm);
- Coeficiente de segurança global do eixo.



5. Bibliografia

- [1]. NIEMANN, G.. Elementos de Máquinas, Volume II. São Paulo, Editôra Edgard Blücher, 1971.
- [2]. SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R. Mechanical Engineering Design, 5th. Ed.. Singapore, McGraw-Hill, 1989.
- [3]. JUVINALL, R.C.; MARSHEK, K. M. Fundamentals of Machine Component Design, 2nd. Ed. John Wiley & Sons. Singapore, 1991.